

# 逆解析手法によるマスコンクリートの熱特性値推定に関する研究

## Study on Estimation of Thermal Properties of Mass Concrete Based on Inverse Analysis

潮田 和司\*  
Katsushi Ushioda

土橋 吉輝\*  
Yoshiteru Dobashi

西田 徳行\*  
Noriyuki Nishida

浅井 功\*  
Isao Asai

### 要 約

マスコンクリートの温度応力解析およびひび割れ発生を精度良く評価するシステムの開発を行っている。温度ひび割れの発生を精度良く評価することは、適切な温度ひび割れ制御対策を検討する観点からも重要である。ひび割れ発生確率評価システムでは、温度、ひずみおよび応力等の計測データから、コンクリートの熱特性、力学的特性を同定し、得られた同定値およびその信頼度（ばらつき）からひび割れの発生を予測するものである。

本報は、これらの内、コンクリートの熱特性を解析的に同定する逆解析システムを開発し、数値シミュレーションおよび現場計測データを用いてシステムの検証を行った。

### 目 次

- § 1. はじめに
- § 2. 熱伝導解析
- § 3. 逆解析手法
- § 4. 数値シミュレーションによる逆解析
- § 5. 現場計測データを用いた逆解析
- § 6. まとめ

## § 1. はじめに

マスコンクリート構造物では、セメントの水和熱に起因する温度ひび割れの制御が常に問題となっている。ひび割れは、単に構造物の美観を損ねるだけでなく、水

密性や耐久性などに悪影響を及ぼす場合もあり、施工者にとっては、施工条件の変動に応じたひび割れ制御対策を講じることが求められる。

一方、温度ひび割れ制御対策は、低熱セメントの使用、プレクーリング・パイプクーリングの実施あるいはひび割れ誘発目地の設置などが代表的であるが、いずれの対策においても多大な費用が必要となる。そのため、解析の予測精度向上を図り、適切なひび割れ制御対策を検討するシステムの開発が望まれることと考えられる。

ここで、温度ひび割れを予測するためには、まず温度解析および温度応力解析が行われる。温度ひび割れ発生の予測には、セメントの水和発熱過程とコンクリートの熱特性、若材齢時のコンクリートの力学的特性、ひび割れ発生条件を仮定する必要がある。これらが予測精度に影響を及ぼすことは言うまでもない。すなわち、予測精

\*技術研究所土木技術課

度を高めるためには、解析に入力するパラメータをいかに対象とする構造物に使用するコンクリートに即した値を用いるかに依存してくる。

そこで本研究では、施工初期あるいは施工実験によりコンクリートの温度計測が行われることを前提に、温度計測データから実構造物におけるセメントの発熱特性およびコンクリートの熱特性を同定する逆解析手法の開発を行った。すなわち、長期間コンクリートが打設される構造物、あるいは事前に施工実験等が行われる構造物を対象に、逆解析手法を適用し、その後の解析予測精度の向上を図り、適切な温度ひび割れ制御対策を実施するうえで役立てようとするものである。なお、本報は、マスコンクリートの情報化施工システム構築の一環として行った。

## § 2. 熱伝導解析

本論文では、図-1に示すように、半無限に広がる地盤の上に打設されるスラブ状構造物を対象とした、温度解析は、図-1に示すように1次元でモデル化し、1次元非定常熱伝導解析を行った。なお、本論文では時間刻み $\Delta t$ が数値計算上の安定性と計算精度に与える影響を考慮して、2階偏微分方程式の非定常熱伝導方程式を1階微分方程式に変形し、固有値解析を行って温度を計算している<sup>1)</sup>。すなわち、空間軸(x軸)に関してFEMを用いて離散化すると、以下に示す1次の連立微分方程式が得られ、この式の時間軸に固有値解析を適用している。

$$[A]\left\{\frac{\partial T}{\partial t}\right\} + [B]\{T\} = \rho C Q_{\infty} \gamma e^{-\gamma t} \{F_1\} + \alpha_A T_A \{F_2\} + T_B \{F_3\} \quad (1)$$

$$\{T(0)\} = \{T_0\} \quad (2)$$

ここに、 $[A]$ ：熱容量マトリックス、 $[B]$ ：熱伝導マトリックス、 $\{T\}$ ：節点温度ベクトル、 $C$ ：比熱、 $\rho$ ：密度、 $Q_{\infty}$ ：終局断熱温度上昇量、 $\gamma$ ：温度上昇速度に関する定数、 $\alpha_A$ ：熱伝達率、 $T_A$ ：外気温、 $T_B$ ：固定温度、 $\{F_1\}$ ：内部発熱に関する熱流速ベクトル、 $\{F_2\}$ ：熱伝達に関する熱流速ベクトル、 $\{F_3\}$ ：固定温度に関する熱流速ベクトル、 $\{T_0\}$ ：初期温度ベクトル、である。

## § 3. 逆解析手法

コンクリート躯体内の温度はコンクリートの熱特性値 $\mathbf{X}$ 、および地盤の熱特性値、環境条件、初期温度 $\mathbf{Y}$ の関数であるから、時刻 $t$ における $i$ 点の温度を $T_i(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, t)$ とする。温度解析に必要なパラメータは11個あるが、本論文

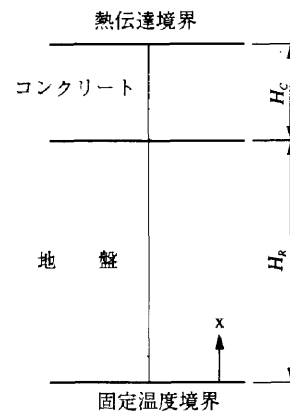


図-1 温度解析モデル

では、コンクリートの熱伝導率 $K_c$ 、熱容量 $\rho_c C_c$ 、セメントの発熱特性 $Q_{\infty}$ 、 $\gamma$ 、および熱伝達率 $\alpha_A$ の5個のパラメータを未知パラメータとし $\mathbf{X}$ で表し、それ以外の6個は既知パラメータとし $\mathbf{Y}$ で表している。従って $\mathbf{X}$ は $5 \times 1$ のベクトルすなわち $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_5]^T$ を意味し、 $\mathbf{Y}$ は $6 \times 1$ のベクトルすなわち $\mathbf{Y} = [Y_1, Y_2, \dots, Y_6]^T$ を意味する。またコンクリート躯体内の $N$ 個の測点で温度が観測されているとして、それらを $u_i(t)$ 、( $i=1, \dots, N$ )で表す。今、式(3)のような評価関数を考える。

$$f(\mathbf{X}) = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \{u_i(t) - T_i(\mathbf{X}, \mathbf{Y}, t)\}^2 dt \quad (3)$$

ここに、 $t_0$ 、 $t_1$ は逆解析に使用する時間領域の下限と上限である。未知パラメータ $\mathbf{X}$ は、式(3)が最小になるように $\mathbf{X}$ を定めれば良い。式(3)は、推定しようとするパラメータに対して非線形な関係をもっているため、この問題を解くには、非線形最小二乗法を用いなければならない。式(3)は $\mathbf{X}$ の陰関数となり、最小値を求めるためには繰り返し計算が必要となる。そこで、 $\mathbf{X}$ に関する1次のTaylor展開を考える。

$$T_i(\mathbf{X} + \Delta \mathbf{X}) = T_i(\mathbf{X}) + \sum_{j=1}^5 \left( \frac{\partial T_i}{\partial X_j} \right) \Delta X_j \quad (4)$$

式(4)を式(3)に代入して、 $\mathbf{X}$ を既知として評価関数が最小となるように $\Delta X_j$ を求めたい。必要条件は、

$$\sum_{j=1}^5 \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \left( \sum_{i=1}^N \frac{\partial T_i}{\partial X_j} \frac{\partial T_i}{\partial X_k} \right) \right\} \Delta X_j \quad (5)$$

$$= \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \{u_i(t) - T_i(\mathbf{X}, t)\} \left( \frac{\partial T_i}{\partial X_k} \right) dt$$

である。このような逆解析の定式化をGauss-Newton法<sup>2)</sup>と言う。式(5)を解くには、偏微分係数 $\partial T_i / \partial X_j$  ( $i=1, \dots, N; j=1, \dots, 5$ )の値が必要である。この偏微分係数を計算するためには、式(1)、(2)を $X_j$ について偏微分する。

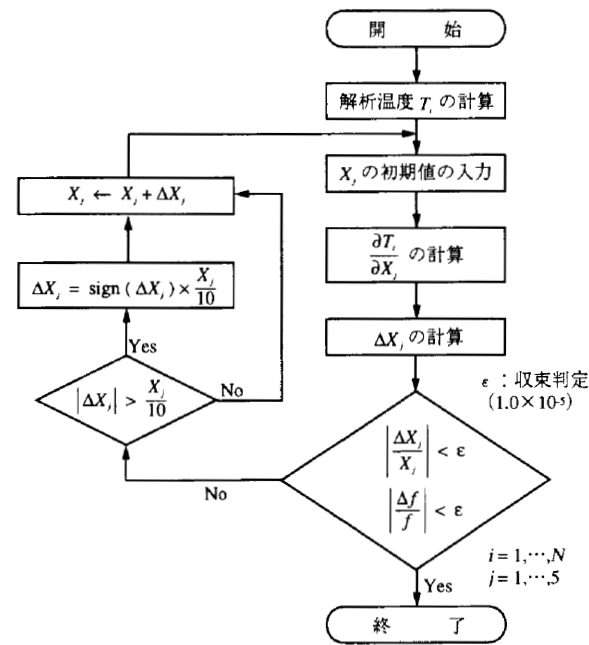


図-2 逆解析の流れ図

表-1 熱特性値

| 項 目     |   |              |                        | 基準値   |
|---------|---|--------------|------------------------|-------|
| 同定パラメータ | ① | $K_c$        | コンクリートの熱伝導率(W/m℃)      | 2.67  |
|         | ② | $\rho_c C_c$ | コンクリートの熱容量(MJ/m³℃)     | 2.70  |
|         | ③ | $Q_{\infty}$ | 終局断熱温度上昇量(℃)           | 46.0  |
|         | ④ | $\gamma$     | 温度上昇速度に関する定数(1/day)    | 1.100 |
|         | ⑤ | $\alpha_A$   | コンクリートと外気との熱伝達率(W/m²℃) | 12.7  |
| 既知パラメータ | ⑥ | $K_g$        | 地盤の熱伝導率(W/m℃)          | 2.33  |
|         | ⑦ | $\rho_g C_g$ | 地盤の熱容量(MJ/m³℃)         | 2.07  |
|         | ⑧ | $T_a$        | 外気温(℃)                 | 15.0  |
|         | ⑨ | $T_b$        | 固定温度境界面の地盤温度(℃)        | 15.0  |
|         | ⑩ | $T_{c0}$     | コンクリートの初期温度(℃)         | 20.0  |
|         | ⑪ | $T_{g0}$     | 地盤の初期温度(℃)             | 15.0  |

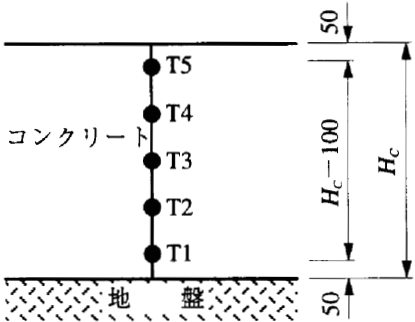


図-3 計測位置

$$[A] \frac{dT}{dt} \left\{ \frac{\partial T}{\partial X_j} \right\} + [B] \left\{ \frac{\partial T}{\partial X_j} \right\} = \left\{ \frac{\partial F}{\partial X_j} \right\} - \left[ \frac{\partial A}{\partial X_j} \right] \left\{ \frac{dT}{dt} \right\} - \left[ \frac{\partial B}{\partial X_j} \right] \{T\} \tag{6}$$
$$\left\{ \frac{\partial T}{\partial X_j} (0) \right\} = \{0\} \tag{7}$$

式(6)は式(1)と同じ微分演算子であり、したがって式(1)と同様に解くことができる。式(5)は $\Delta X_j$ に関する線形連立微分方程式であるが、左辺の係数マトリックスは特異マトリックスに近いので、解くときには注意を要する。後の計算では、その不安定性を配慮し特異値分解<sup>3)</sup>を用いて解いている。また、計算の流れ図は図-2のようになる。式(4)においてTaylor展開の1次近似を用いており、 $|\Delta X_j|$ の値が大きくなりすぎると計算上問題が生じる可能性があるため、図-2の流れ図のようにその変動が10%を超えないようにムーブリミットを設定した。

§ 4. 数値シミュレーションによる逆解析

ここでは、感度解析を行い解析パラメータが最高温度に及ぼす影響を検討し同定パラメータを決定する。そして、個々の既知パラメータの誤差が同定パラメータに及ぼす影響、全ての既知パラメータに誤差が含まれるときの同定パラメータの95%信頼区間を数値シミュレーションから検討する。数値シミュレーションにおける解析パラメータの基準値を表-1に示す。

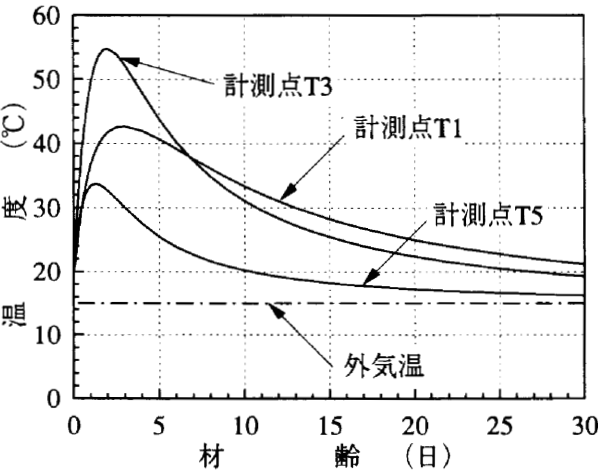


図-4 温度履歴図 ( $H_c=1.5m$ )

また、コンクリート躯体高さ $H_c$ は0.75m, 1.5m, 2.5mおよび5.0mの4種類とし、計測点はいずれの躯体高さにおいても5点設定した。計測位置は、図-3に示すようにコンクリート下面および上面から5cmの位置およびこの2点を4等分割した点である。例として、コンクリート躯体高さ1.5mの温度履歴図を図-4に示す。また、逆解析に使用する計測データは、T1～T5における0日～30日のデータとした。

4-1 感度解析による検討

ここでは、11個ある解析パラメータのうち、どのパラ

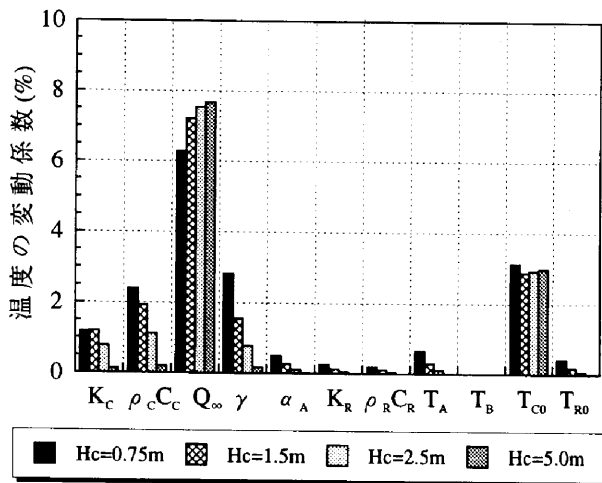


図-5 最高温度へ及ぼす影響 (cov=10%の時)

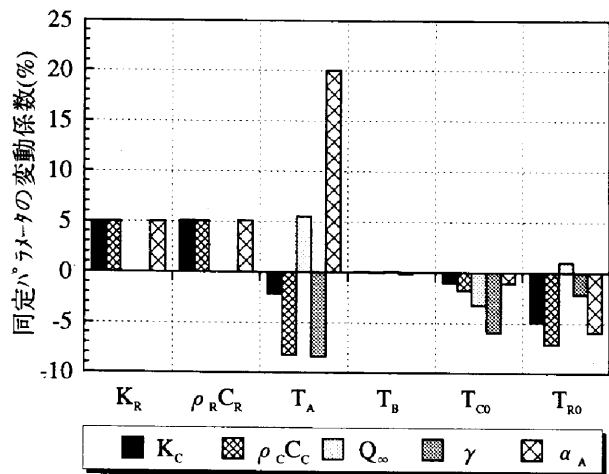
メータを同定すべきかを判断するために、最高温度に対する解析パラメータの感度解析を行った。最高温度に対する解析パラメータの感度は、式(6)の微分方程式を解いて解析的に計算している。そして、各解析パラメータが最高温度へ及ぼす影響度は、基準値に対し10%のばらつきが含まれるとした時の最高温度の変動係数を計算し評価している<sup>4)</sup>。各コンクリート躯体高さにおける最高温度への影響度を図-5に示す。図-5より、最高温度へ及ぼす影響度が大きいパラメータは、セメントの発熱特性 $Q_{\infty}$ 、 $\gamma$ およびコンクリートの熱特性 $K_c$ 、 $\rho_c C_c$ である。また、熱伝達率 $\alpha_A$ は表面温度に及ぼす影響が大きいことから、これら5個のパラメータを同定パラメータとした。そして、それ以外の6個のパラメータは既知パラメータとした。

なお、コンクリートの初期温度は、打込み温度として計測されるため既知パラメータとした。

#### 4-2 既知パラメータ誤差の影響

4-1において、地盤の熱特性や環境条件に関するパラメータを既知パラメータとした。解析に用いる既知パラメータの値と実際の値とを比較した場合、これらは近い値ではあるが完全には一致した値でなく誤差が含まれる。逆解析においては、この誤差が同定結果に影響を及ぼす。

ここでは逆解析を行う際、個々の既知パラメータ(⑥~⑪)の誤差が、各同定パラメータ(①~⑤)にどれほど影響を及ぼすかを検討した。検討は、同定パラメータの既知パラメータ誤差に対する感度と誤差伝播の法則を用いた方法(解析的方法)で行った<sup>5)</sup>。同じばらつきの下で同定パラメータに及ぼす影響を比較するために、既知パラメータのばらつきの大きさは全て基準値に対し変

図-6 既知パラメータ誤差の影響度 ( $H_c=1.5\text{m}$ : cov=10%の時)

動係数で10%とした。そこで、一例として躯体高さ1.5mの時、既知パラメータ誤差が同定パラメータに及ぼす影響度を図-6に示す。図-6は、横軸に個々の既知パラメータ、縦軸に各既知パラメータ誤差に対する同定パラメータのばらつきを変動係数で表したものである。なお図中の変動係数の正負は、既知パラメータの値を基準値に対して大きな値を用いたとき、同定結果が基準値に対して大きな値となる時を正、小さな値となる時を負とした。

図-6より、既知パラメータの誤差の大きさをすべて等しいと仮定したとき、同定パラメータに与える影響が最も大きい既知パラメータは外気温( $T_A$ )であった。特に熱伝達率( $\alpha_A$ )に及ぼす影響は大きく、熱伝達率のばらつきの大きさは変動係数で約20%となっている。また外気温以外の既知パラメータの誤差が各同定パラメータに与える影響は、変動係数で概ね5%以下となっており、固定温度( $T_B$ )に関してはほとんど影響を及ぼさない結果となっている。なお地盤の熱伝導率( $K_R$ )および熱容量( $\rho_R C_R$ )の誤差が各同定パラメータに与える影響は、同程度である。これは、 $K_R$ と $\rho_R C_R$ を1つのパラメータと見なすことができることから予想できることである。

#### 4-3 同定パラメータの信頼度

逆解析において重要なことは、得られた同定結果がどれほどの信頼性を有しているかを定量的に評価することである。計測データおよびモデル化が完全であれば、同定結果は100%信頼できるものであろう。しかし、計測データは何らかの誤差が含まれるものであり、モデル化も完全なものではない。そのため、同定結果はこれらの誤差を反映した結果となっている。

そこで、ここでは全ての既知パラメータに変動係数で

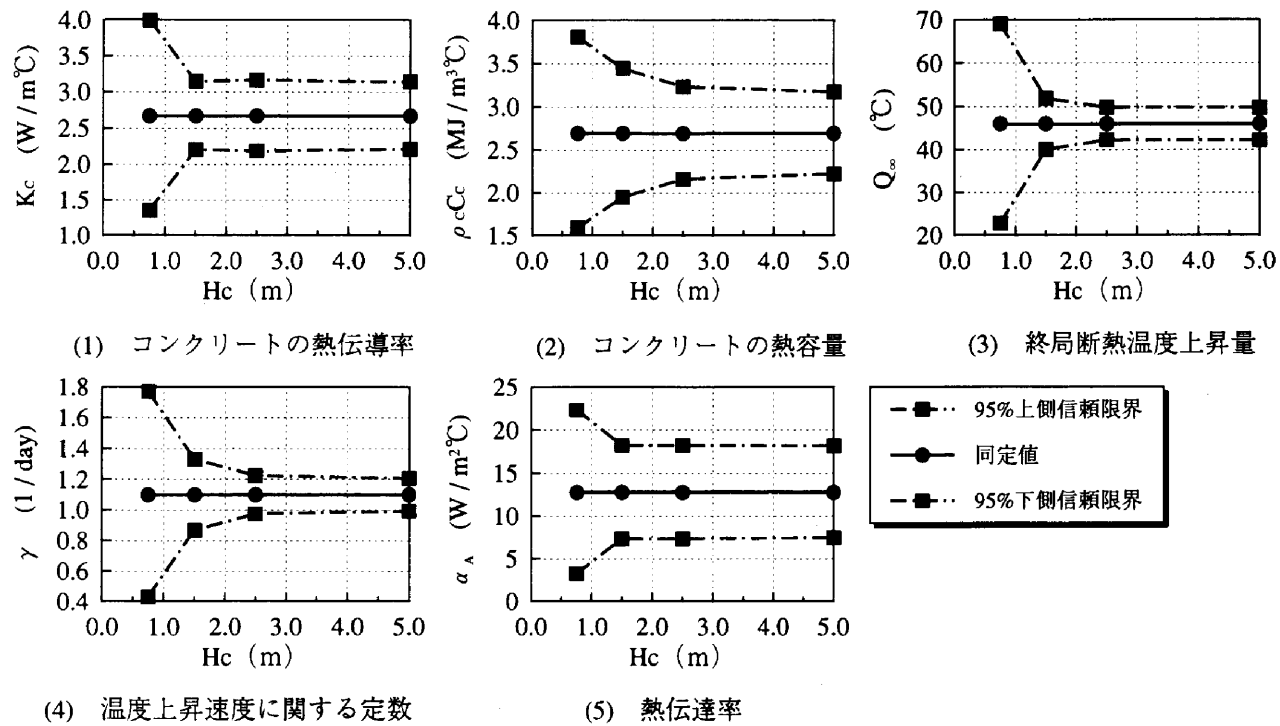


図-7 同定パラメータの95%信頼度 (cov=10%の時)

10%の誤差が含まれると仮定し、同定パラメータの95%信頼区間を検討した。ただし、各既知パラメータ間の相関は考慮していない。コンクリート躯体高さは、0.75m, 1.5m, 2.5mおよび5.0mの4種類であり、検討方法は4-2と同様の解析的方法を用いた。その解析結果を図-7に示す。図-7より、コンクリート躯体高さ0.75mにおける各同定パラメータの信頼区間および熱伝達率の信頼区間を除いて、各同定パラメータ、各躯体高さの信頼区間は同定値に対し変動係数で10%以下の範囲に入っている。さらに、コンクリート躯体高さが高くなるに従い信頼区間は狭くなる。言い換えれば、コンクリート躯体高さが高いほど、既知パラメータ誤差の影響を受け難く同定パラメータの信頼度が高くなると言える。躯体高さ0.75mのとき、各同定パラメータの信頼区間が大きくなる（推定精度が悪くなる）のは、4-2においては示さなかったが、各同定パラメータは外気温の誤差の影響を大きく受けるためである。また、熱伝達率 $\alpha_A$ の信頼区間が躯体高さに依らず大きいのは、外気温は表面温度に大きく寄与し、逆解析においてはどの躯体高さにおいても表面から5cmの位置における計測データを用いているためであると考えられる。

## § 5. 現場計測データを用いた逆解析

ここでは、開発した逆解析手法の実用性を検討・評価

する目的で、現場計測データを用いた逆解析を行った。計測対象構造物<sup>6)</sup>は、図-8に示すブロック長20mのU型擁壁で、コンクリート部材厚さは、底版1.0m、壁1.0mである。底版は5月中旬に、その17日後に壁を打設した。施工場所は、GL-5mの位置にあり、周辺地盤は砂礫土である。コンクリート配合は、W/C=56.0%, s/a=42.8%, スランプ8cm, C=284kg/m<sup>3</sup>であり、セメントは普通ポルトランドセメントを使用した。

計器設置位置は、図-8に示すようにブロック中央部である。そこで、底版および壁のコンクリート打設後約30日間の温度履歴図を図-9に示す。また、予測温度解析の際必要となる標準的な解析定数をひびわれ制御指針<sup>7)</sup>から設定し図-8に示した。

### 5-1 計測点数による収束性への影響

逆解析の繰り返し回数は、計算時間および費用に影響するだけでなく、逆解析アルゴリズムの信頼性の目安の1つとなる。そこで、計測点の個数による収束性の影響について検討した。

検討は、底版における0日～7日の温度計測データを用いて行った。検討ケースは、case1として図-8に示すTS1～TS5の5点すべてのデータを用いた時、case2としてTS1, TS3, TS5の3点を用いた時、case3としてTS2, TS4の2点を用いた時、case4としてTS3の1点のみを用いた時の4ケースである。そこで、図-8に示した標準値を初期値として逆解析を行い、各検討ケースにおける式(3)

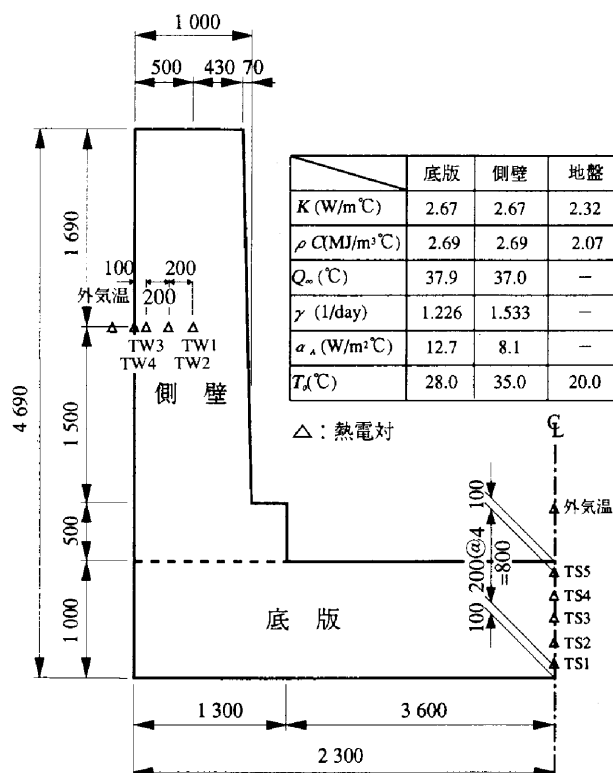
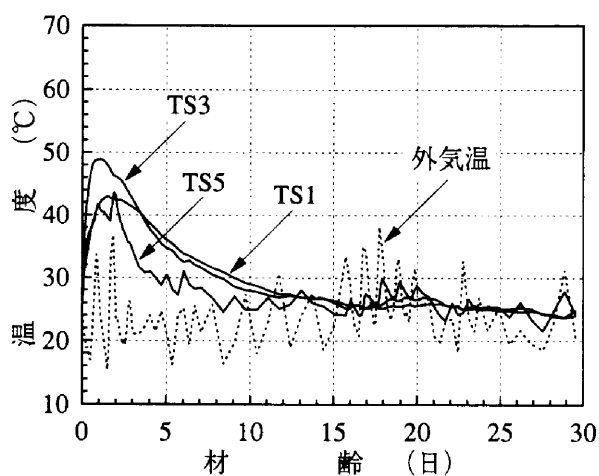


図-8 構造物の形状寸法および計測位置

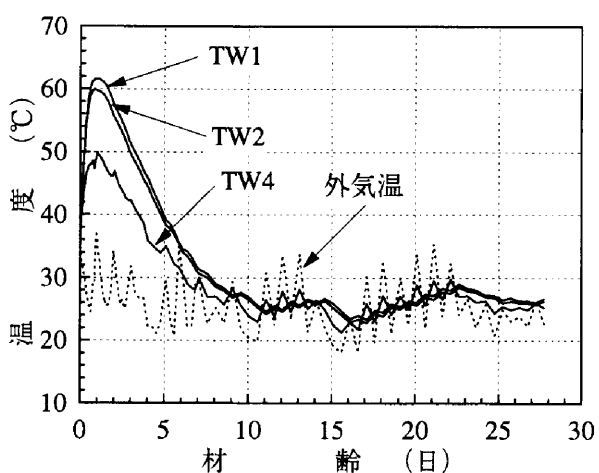
の評価関数および各同定パラメータの収束過程をそれぞれ図-10に示す。図-10より、case1とcase2の繰り返し回数は12～15回でほとんど差は無く、しかもほぼ同じ値に収束している。しかし、case3では収束過程に少し不安定な兆しが見え、繰り返し回数は35回となっており収束値もcase1、case2と若干異なっている。さらにcase4においては、コンクリートの熱伝導率が発散してしまい収束しなかった。現場計測データを用いた場合、より正確で安定した同定値を得るためには、下部、中央部、上部の3点以上の計測点を設置することが望ましい。

## 5-2 同定結果の検討

5-1におけるcase1～case4の同定結果と、case5として側壁の0日～7日の温度計測データ（TW1～TW4の4点使用）を用いて同定を行った結果を表-2に示す。まず、底版の同定結果について考察する。コンクリートの熱伝導率 $K_c$ と熱容量 $\rho_c C_c$ の同定値は、標準値と比較してともに大きくなっている。 $K_c$ と $\rho_c C_c$ がともに大きくなるのは熱拡散率 $h_c^2$ を介して $K_c = \rho_c C_c \cdot h_c^2$ で関係づけられていることから予想できる。終局断熱温度上昇量 $Q_{\infty}$ は、標準値と比較して約20%（約8°C）小さくなっており、温度上昇速度に関する定数 $\gamma$ は約40%大きくなっている。本構造物は、部材厚さが1.0mと比較的小さいため熱拡散の影響を受けやすい。熱拡散の影響を大きく受けると発熱速度が大きくなり（支配的となる）、温度上昇速度に関す



(1) 底版



(2) 側壁

図-9 温度履歴図

る定数 $\gamma$ が大きくなる。 $\gamma$ が大きくなると放熱が大きくなるため、逆に $Q_{\infty}$ は小さくなる。すなわち、同じ温度履歴であっても $\gamma$ が大きいと $Q_{\infty}$ は小さくなり、 $\gamma$ が小さいと $Q_{\infty}$ は大きくなる。このように、比較的部材厚さが小さい場合には $Q_{\infty}$ と $\gamma$ の間に負の相関が生じることが、同定値が標準値と大きく異なった原因の1つとして考えられる。また、§4.で述べたように、部材厚さが小さいと環境条件あるいは既知パラメータの誤差の影響を大きく受けることも、標準値と異なった原因の1つとして考えられる。なお、側壁の結果も底版と同じことが言える。

そこで、case1の同定値を用いて再解析を行った温度と計測温度をTS1（下部）、TS3（中央部）、TS5（上部）で比較したものを図-11に示す。また、同図には図-8に示した標準値を用いて計算した温度も比較した。さらに、側壁におけるTW1（中心部）の温度比較も行った。図-11より、同定値を用いて計算した温度は計測温度と良く一致しており、同定値は実構造物のコンクリートの熱特性を反映していると考えられる。

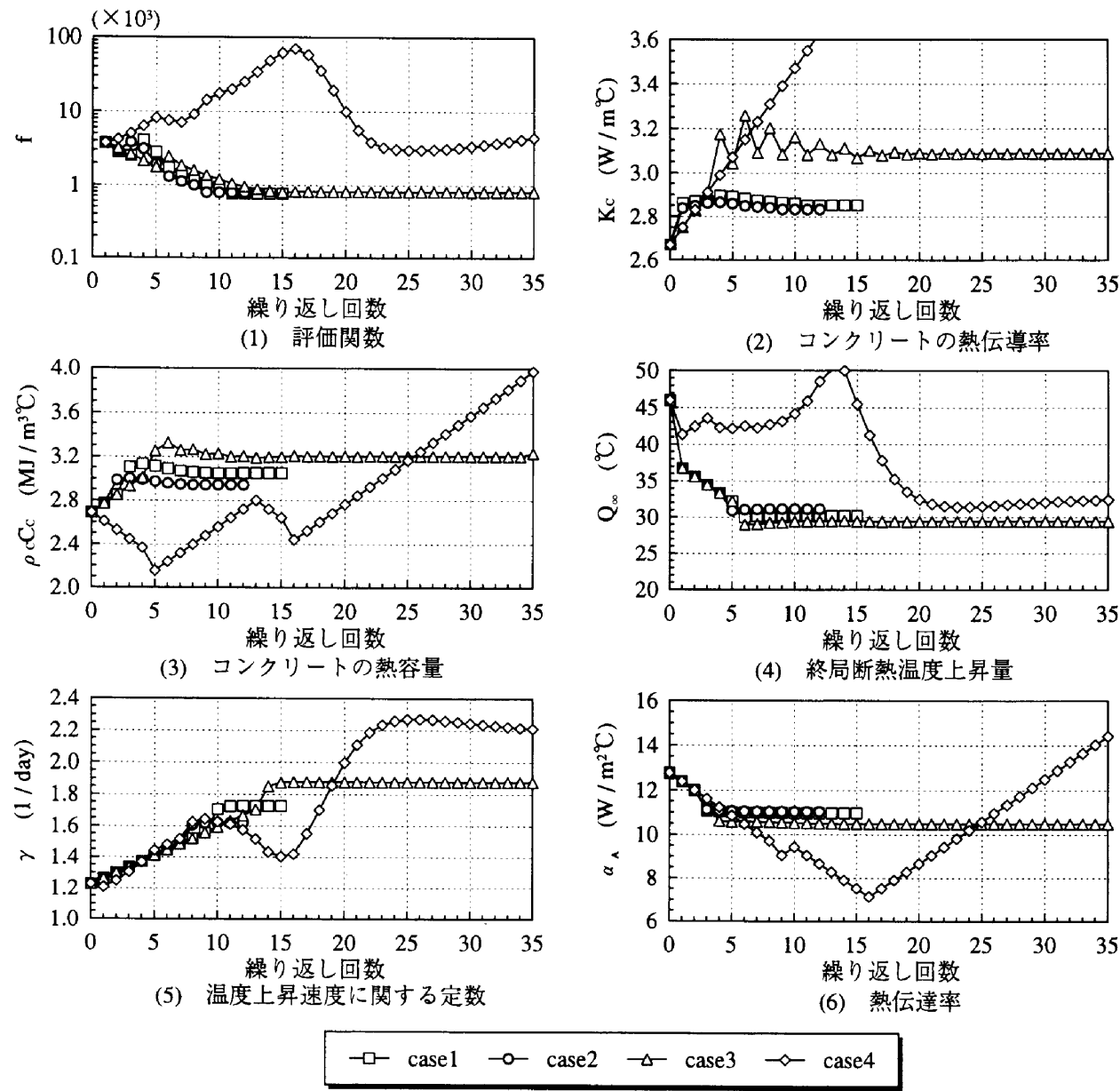


図-10 収束過程

§ 6. まとめ

マスコンクリートの予測解析精度を高めることを目的に、温度計測データからセメントの発熱特性およびコンクリートの熱特性を同定する逆解析手法の開発を行った。その結果、得られた主な知見は、以下に示すとおりである。

(1) 個々の既知パラメータの誤差が等しいと仮定すると、その誤差が同定パラメータに及ぼす影響が大きいパラメータは外気温であった。特に熱伝達率に及ぼす影響が大きい。

(2) 同定パラメータの95%信頼区間は、既知パラメータの誤差を変動係数で10%とすると、コンクリート躯体高さ0.75m、熱伝達率の信頼区間を除き、同定値に対

表-2 同定値と標準値の比較

|    |       | $K_c$ | $\rho_c C_c$ | $Q_{\infty}$ | $\gamma$ | $a_h$ |
|----|-------|-------|--------------|--------------|----------|-------|
| 底版 | 標準値   | 2.67  | 2.69         | 37.9         | 1.226    | 12.8  |
|    | case1 | 2.86  | 3.05         | 30.2         | 1.727    | 11.0  |
|    | case2 | 2.83  | 2.94         | 31.1         | 1.619    | 11.0  |
|    | case3 | 3.09  | 3.21         | 29.4         | 1.878    | 10.5  |
|    | case4 | ×     | ×            | ×            | ×        | ×     |
| 側壁 | 標準値   | 2.67  | 2.69         | 37.0         | 1.553    | 8.1   |
|    | case5 | 2.96  | 3.22         | 34.8         | 2.110    | 8.1   |

case1 : TS1~TS5の5点の計測データを使用  
case2 : TS1,TS3,TS5の3点の計測データを使用  
case3 : TS2,TS4の2点の計測データを使用  
case4 : TS1の1点の計測データを使用  
case5 : TW1~TW4の4点の計測データを使用  
× : 収束しない

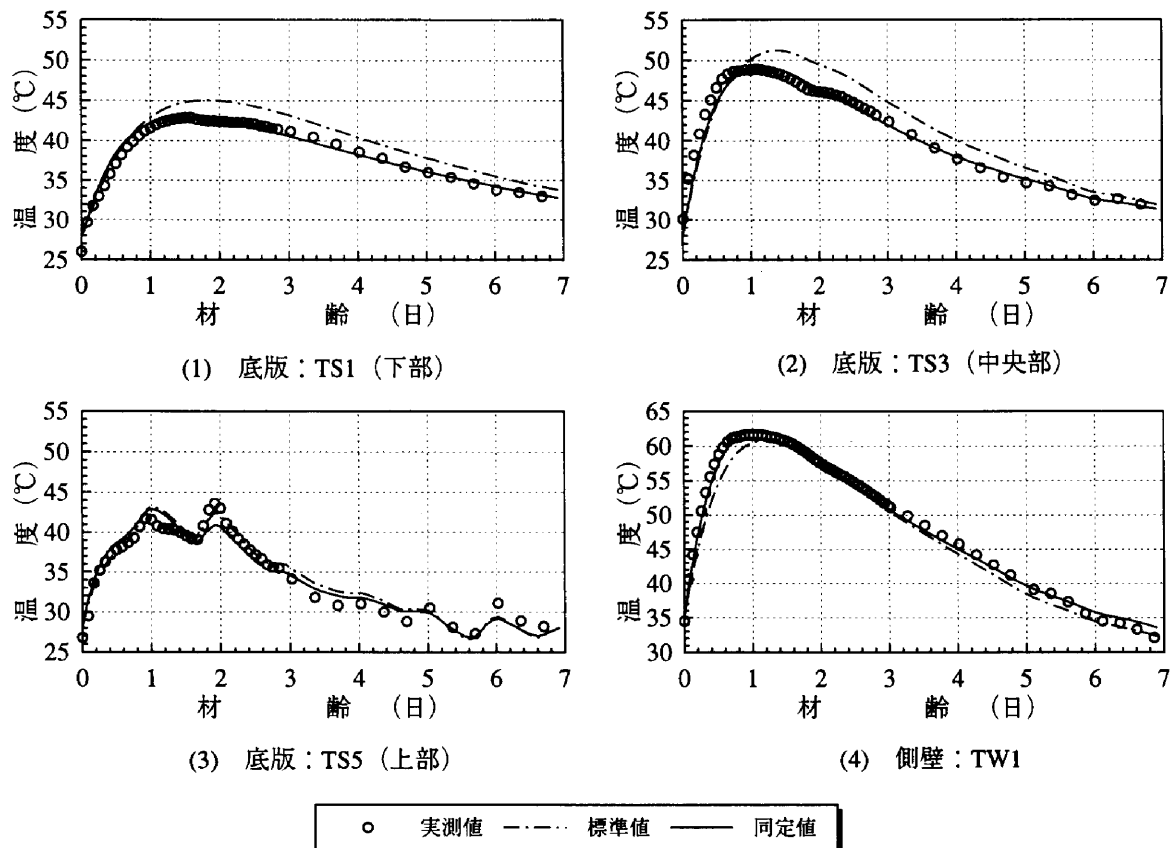


図-11 温度比較

し変動係数で約10%の範囲に入っている。

(3) 現場計測データを用いた場合、より正確で安定した同定値を得るためには、下部、中央部、上部の3点以上の計測点を設置することが望ましい。

(4) 逆解析は、モデル化、計測データの誤差等の影響を受けるため、得られた同定結果の信頼性・妥当性を評価するためには、今後多くのデータを用いて逆解析を行い、データベース化していく必要があると考えられる。なお現在は、さらに解析予測精度を高めるためにコンクリートの力学的特性の同定も行なっている<sup>8)</sup>。今後、得られた同定結果の信頼度（ばらつき）から、ひび割れ発生確率を評価するシステムの開発を行っていきたいと考えている。

謝辞：本研究を行うに当たり、東京電機大学理工学部松井邦人教授に貴重なご指導ご助言を賜りましたことをここに記し、謝意を表します。

#### 参考文献

- 1) 西田德行 他：CL法を用いたスラブ状コンクリートの温度ひび割れ指数に及ぼす解析パラメータの影響評価，コンクリート工学論文集，Vol.6，No.2，pp.34～42，1995。
- 2) 西田德行 他：現場計測データに基づくコンクリート熱特性の推定とその考察，土木学会論文集 No.544/V-32，pp.89～100，1996。
- 3) 久保司郎：逆問題，培風館，1992。
- 4) K.Matsui,N.Nishida,Y.Dobashi and K.Ushioda：Sensitivity Analysis and Reliability Evaluation of Thermal Cracking in Mass Concrete, International Symposium on Thermal Cracking in Concrete at Early Ages, RILEM, pp.305～312, 1994。
- 5) 松井邦人・笠原 篤・岡田貢一：逆解析弾性係数に対する測定たわみと構造モデルの誤差の影響，土木学会論文集 No.526/V-29，pp.55～62，1995。
- 6) 西田德行 他：U型擁壁の温度応力に関する研究，西松建設技報，Vol.12，pp.16～25，1989。
- 7) 日本コンクリート工学協会：マスコンクリートのひびわれ制御指針，1986。
- 8) 潮田和司・西田德行・松井邦人：計測データを用いた Compensation-Line法の外部拘束係数と有効弾性係数推定，コンクリート工学年次論文集 Vol.17，No.1，1995。